



# РЕЛЕЙНАЯ ЗАЩИТА И АВТОМАТИЗАЦИЯ

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Итоги «РЕЛАВЭКСПО-2019» | Лаборатория ЦПС в ЧГУ | Саммит по умной энергетике | Надежность системы цифровой защиты | Теория структурного анализа сигналов | Вариант алгоритма АЛАР | Метод наложенного тока для контроля изоляции | Передача команд РЗ и ПА по МЭК 61850 | Тестирование ЦПС по протоколу GOOSE | Устойчивость МУРЗ к наносекундным импульсам | Повторяемость результатов испытаний на ЭМС | К 110-летию В.Е. Казанского

№ 02 (35) | Июнь | 2019

## ЭКРА

СОХРАНЯЯ ЭНЕРГИЮ

ООО НПП «ЭКРА»  
428020, г. Чебоксары, пр. И.Я. Яковлева, 3  
Тел./факс: (8352) 22-01-10, 22-01-30  
www.ekra.ru, e-mail: ekra@ekra.ru



## «РЕЛЕЙНАЯ ЗАЩИТА И АВТОМАТИЗАЦИЯ» –

научно-практическое издание.

№ 02 (35), 2019 год, июнь.

Периодичность: 4 раза в год.

Тираж: 2400 экз., заказ № 1112

Дата выхода в свет: 21.06.2019 г.

Подписной индекс: 43141 (Объединенный каталог «ПРЕССА РОССИИ»).

Цена свободная.

Информационный партнер

Ассоциации «ИнТЭК»



16+

### УЧРЕДИТЕЛИ ЖУРНАЛА:

Некоммерческое партнерство «Содействие развитию релейной защиты, автоматики и управления в электроэнергетике» (НП «СРЗАУ»), Общество с ограниченной ответственностью «Рекламно-издательский центр «Содействие развитию релейной защиты, автоматики и управления в электроэнергетике» (ООО «РИЦ «СРЗАУ»), Белотелов Алексей Константинович.

### ИЗДАТЕЛЬ:

ООО «РИЦ «СРЗАУ».

### УЧРЕДИТЕЛИ ИЗДАТЕЛЬСТВА:

ООО НПП «ЭКРА», ООО «НПП Бреслер», ООО «НПП «Динамика», ЗАО «ОРЗАУМ», Белотелов Алексей Константинович.

**Адрес редакции и издателя:** 428003, Россия, Чувашская Республика, г. Чебоксары, пр-кт И. Яковлева, д. 3, пом. 802, www.srzau-ric.ru, vk.com/rza\_journal

**Печать:** ООО «Типография «Перфектум»

428000, г. Чебоксары, ул. Карла Маркса, 52. Тел.: (8352) 32-05-01, 32-05-02

### РЕДАКЦИЯ:

Главный редактор: **Белотелов Алексей Константинович**, к.т.н., президент НП «СРЗАУ»,

тел.: 8-903-714-50-93, e-mail: info@srzau-np.ru

Выпускающий редактор: **Иванова Наталия Анатольевна**,

тел.: +7 (8352) 226-394, e-mail: ina@srzau-ric.ru

Дизайн и верстка: **Михайлов Александр Валерьевич**, e-mail: design@srzau-ric.ru

### СОСТАВ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

**Антонов Владислав Иванович**, д.т.н., доцент, ФГБОУ ВО «ЧГУ им. И.Н. Ульянова»;

**Антонов Дмитрий Борисович**, к.т.н., АО «РАДИУС Автоматика»;

**Арцишевский Ян Леонардович**, к.т.н., доцент, ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»;

**Вайнштейн Роберт Александрович**, д.т.н., профессор, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ТПУ»;

**Ванин Валерий Кузьмич**, д.т.н., профессор, ФГАОУ ВО «СПбПУ Петра Великого»;

**Виницкий Юрий Данилович**, д.т.н., старший научный сотрудник, ООО «Интер РАО – Инжиниринг»;

**Дони Николай Анатольевич**, к.т.н., ООО НПП «ЭКРА», член РНК СИГРЭ;

**Дорохин Евгений Георгиевич**;

**Журавлев Евгений Константинович**, АО «Ивэлектроналадка»;

**Илюшин Павел Владимирович**, к.т.н., ФГАОУ ДПО «ПЭИПК» – зам. главного редактора по науке;

**Козлов Владимир Николаевич**, к.т.н., доцент, ООО «НПП Бреслер»;

**Куликов Александр Леонидович**, д.т.н., профессор, ФГБОУ «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева», НГТУ;

**Лачугин Владимир Федорович**, д.т.н., АО «ЭНИН»;

**Левиуш Александр Ильич**, д.т.н., профессор;

**Любарский Дмитрий Романович**, д.т.н., АО «Институт «ЭНЕРГОСЕТЬПРОЕКТ»;

**Мокеев Алексей Владимирович**, д.т.н., профессор, ФГАОУ ВО «САФУ им. М.В. Ломоносова»;

**Нагай Владимир Иванович**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО «ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова»;

**Наумов Владимир Александрович**, к.т.н., ООО НПП «ЭКРА», член РНК СИГРЭ;

**Пуляев Виктор Иванович**, ООО «ТранснефтьЭлектросетьСервис» – зам. главного редактора;

**Фишов Александр Георгиевич**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», НГТУ;

**Хренников Александр Юрьевич**, д.т.н., профессор, АО «НТЦ ФСК ЕЭС»;

**Шуин Владимир Александрович**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО «ИГЭУ им. В.И. Ленина».

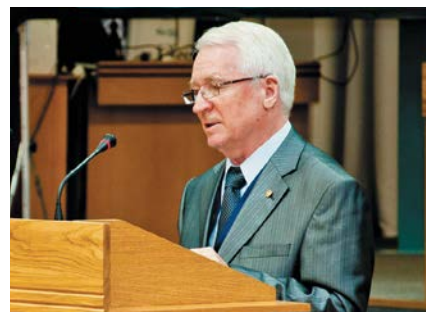
Редакция не несет ответственности за достоверность рекламных материалов.

Рекламуемая продукция подлежит обязательной сертификации и лицензированию.

Перепечатка, цитирование и копирование размещенных в журнале публикаций допускается только со ссылкой на издание.

Регистрационное свидетельство ПИ № ФС77-44249 от 15.03.2011 г., выданное Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

**Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК.**



### Уважаемые читатели!

Представляю вам тридцать пятый выпуск журнала «РЕЛЕЙНАЯ ЗАЩИТА И АВТОМАТИЗАЦИЯ». Напоминаю о высоком статусе журнала как научного издания, включенного в перечень рецензируемых научных изданий, в которых публикуются основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата наук и доктора наук.

Наш журнал традиционно сохраняет две основные рубрики – НАУКА и ПРАКТИКА. Обращаю внимание читателей на рубрику СОБЫТИЯ, где отражены итоги очередного Чебоксарского Форума «РЕЛАВЭКСПО-2019», проведение которого и предопределило основную тематическую направленность настоящего номера – инновационное развитие и совершенствование эксплуатации объектов электроэнергетических систем в условиях цифровизации электроэнергетики. Значительное количество публикаций базируется на интересных докладах деловой программы Форума по теме всеобщей цифровизации электроэнергетики.

Уважаемые читатели! Надеюсь, в публикациях этого и последующих номеров журнала вы найдете ответы на проблемные вопросы, которые возникают в вашей повседневной профессиональной деятельности. Для нас очень важна обратная связь с читателями, поэтому призываю вас к более активному участию в дискуссиях и откликах на публикации на страницах нашего журнала.

Отдельно обращаюсь к руководству профильных энергетических компаний по финансовой поддержке выпуска нашего журнала путем размещения рекламных модулей и статей.

*С уважением и надеждой  
на плодотворное сотрудничество,  
Главный редактор Алексей Белотелов*

## СОДЕРЖАНИЕ:

### 1. События

#### Выставки и конференции:

- 4 • III Всемирный саммит по умной энергетике в Москве
- 6 • Цифровую электротехнику будущего представили на Форуме «РЕЛАВЭКСПО-2019»

#### Новости партнеров:

- 11 • В ЧГУ открывается лаборатория «Цифровая подстанция»

### 2. Наука

#### Релейная защита:

- 12 • **Успенский М.И.**  
Оценка надежности цифровой системы защиты
- **Uspensky M.I.**  
Reliability assessment of digital relay protection system

#### Цифровая электроэнергетика:

- 18 • **Антонов В.И., Наумов В.А., Кудряшова М.Н., Александрова М.И., Степанова Д.А.**  
Адаптивный структурный анализ электрических сигналов: теория для инженера
- **Antonov V.I., Naumov V.A., Kudryashova M.N., Alexandrova M.I., Stepanova D.A.**  
An adaptive structural analysis of electric signals: the theory for the engineer

#### Противоаварийная автоматика:

- 28 • **Елкин С.В., Колобродов Е.Н., Климова Т.Г.**  
Применение векторных измерений для определения параметров АЛАР
- **Yolkin S.V., Kolobrodov E.N., Klimova T.G.**  
Phasor measurement application for calculating parameters of liquidation automatics of asynchronous mode (LAAM)



СОЮЗ "БЕЛГОРОДСКАЯ ТОРГОВО-ПРОМЫШЛЕННАЯ ПАЛАТА"

» БЕЛЭКСПОЦЕНТР

# 8 - 10 августа 2019

## XV БЕЛГОРОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ ФОРУМ

XVI межрегиональная  
специализированная выставка

# СОВРЕМЕННЫЙ ГОРОД

Стройиндустрия.  
Энергетика. Ресурсосбережение.  
Экология

ВКК "БЕЛЭКСПОЦЕНТР", г. Белгород, ул. Победы, 147 А  
Тел.: (4722) 58-29-40, 58-29-48, 58-29-41  
E-mail: [belexpo@mail.ru](mailto:belexpo@mail.ru); [www.belexpocentr.ru](http://www.belexpocentr.ru)



На правах рекламы





**Авторы:**

д.т.н. Антонов В.И.<sup>1,2</sup>,  
к.т.н. Наумов В.А.<sup>2</sup>,  
Кудряшова М.Н.<sup>1,2</sup>,  
Александрова М.И.<sup>2</sup>,  
Степанова Д.А.<sup>1,2</sup>,

<sup>1</sup> ЧГУ им. И.Н. Ульянова  
<sup>2</sup> ООО НПП «ЭКРА»

D.Sc. Antonov V.I.<sup>1,2</sup>,  
Ph.D. Naumov V.A.<sup>2</sup>,  
Kudryashova M.N.<sup>1,2</sup>,  
Alexandrova M.I.<sup>2</sup>,  
Stepanova D.A.<sup>1,2</sup>,

<sup>1</sup> Chuvash State University,  
<sup>2</sup> EKRA Research and  
Production Enterprise LTD,  
Cheboksary, Russia.

**Keywords:** adaptive structural analysis of signals, effective signal model, effective core filter, noise filter, substantive properties of the structural models.

**Ключевые слова:** адаптивный структурный анализ сигналов, эффективная модель сигнала, фильтр эффективного ядра, фильтр шума, субстантивные свойства структурных моделей.

**Abstract:** knowledge of signal structure and parameters of its components expands an information base of systems for monitoring, relay protection and control of power systems. It is possible to use extended models for the purpose of protection and emergency control of the electrical system modes, designed to detect abnormal and emergency modes. A new cluster of systems and devices for the protection and management of digital electricity, one way or another based on the use of adaptive structural analysis, is being formed. The article describes the theory of structural analysis of signals adapted for the engineer. The basis of the theory is the representation of the electrical quantity in the form of a linear set of components of the eigenfunctions basis of the electrical system. The

# АДАПТИВНЫЙ СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ: ТЕОРИЯ ДЛЯ ИНЖЕНЕРА

## AN ADAPTIVE STRUCTURAL ANALYSIS OF ELECTRIC SIGNALS: THE THEORY FOR THE ENGINEER

Аннотация: знание структуры сигнала и параметров его компонентов расширяет информационную базу систем мониторинга, релейной защиты и управления электроэнергетическими системами. Открывается возможность использования для целей защиты и аварийного управления режимами электрической системы расширенных моделей, предназначенных для выявления аномальных и аварийных режимов. Формируется новый кластер систем и устройств защиты и управления цифровой электроэнергетикой, так или иначе основанных на использовании адаптивного структурного анализа.

В статье излагается адаптированная для инженера теория структурного анализа сигналов. Основу теории составляет представление электрической величины в виде линейной совокупности компонентов базиса собственных функций электрической системы. Формулируются субстантивные свойства адаптивных структурных моделей. Показывается, что сигнал электрической системы распознается структурной моделью, если в ней формируется эффективное ядро, содержащее все характеристические параметры сигнала. Эффективность структурной модели обеспечивается ресурсом другой части модели – фильтром шума, который проявляет избирательное усиление компонентов сигнала, не сильно заботясь о подавлении шума в сигнале. Объясняется эмпирически установленный другими авторами феномен распознавания сигнала при недоопределенной системе, характеризуемой значительным дефицитом числа отсчетов по сравнению с числом неизвестных коэффициентов адаптивной модели. Приводится пример структурного анализа сигнала электрической системы.

### Введение

Общая теория структурного анализа электрических сигналов [1] формулирует методы и алгоритмы оценивания структуры сигнала, исходя из строгих математических положений, и для инженера выглядит чересчур громоздкой и сложной. Это обстоятельство не способствует широкому внедрению методов структурного анализа в практику релейной защиты и разработку систем мониторинга состояния электроэнергетических систем.

Настоящая работа призвана изменить это положение и посвящена изложению на языке инженера основных положений адаптивного структурного анализа сигналов и преимуществ применения его методов в цифровой электроэнергетике.

### Базис собственных мод электрической системы

Цифровым сигналом будем называть отсчеты  $x(kT_s)$  или  $x(k)$  непрерывного сигнала

$x(t)$ , полученные путем его равномерной дискретизации и аналогово-цифрового преобразования, где  $t$  и  $kT_s$  – непрерывное и дискретное время соответственно, причем  $t = kT_s$ ,  $T_s$  – период дискретизации,  $k$  – номер отсчета.

Сигнал переходного процесса  $x(k)$  включает в себя слагаемые принужденного режима  $x_s(k)$  и слагаемые  $x_f(k)$  свободного движения электрической системы. Вид слагаемых принужденной составляющей, как известно, полностью предуготовляется источниками, действующими в электрической системе. Именно поэтому слагаемые принужденного режима не могут характеризовать свойства системы. Эта роль отводится слагаемым свободного процесса, характер которых полностью обуславливается корнями характеристического уравнения электрической системы

$$\Lambda_n(p) = (p - p_1) \dots (p - p_n) = 0. \quad (1)$$



substantive properties of adaptive structural models are formulated. It is shown that the signal of the electrical system is recognized by the structural model, if it forms an effective core containing all the characteristic parameters of the signal. The efficiency of the structural model is provided by the resource of another part of the model – the noise filter, which exhibits selective amplification of the signal components without much concern about noise suppression in the signal. The phenomenon of signal recognition established empirically by other authors is explained in the case of an underdetermined system characterized by a significant deficit in the number of samples compared to the number of unknown coefficients of the adaptive model. An example of structural analysis of the electrical system signal is given.



Ангонов

Владислав Иванович

Получил диплом инженера-электрика в 1978 г. на факультете электрификации и автоматизации промышленности ЧГУ им. И.Н. Ульянова. В 2018 г. защитил в докторскую диссертацию «Теория и приложения адаптивного структурного анализа сигналов в интеллектуальной электроэнергетике» в ЧГУ им. И.Н. Ульянова. Доцент кафедры теоретических основ электротехники и релейной защиты и автоматики ЧГУ им. И.Н. Ульянова, главный специалист департамента автоматизации энергосистем ООО НПФ «ЭКРА».

Потому слагаемые свободного процесса

$$\mathbf{B} = \{\underline{\phi}_1(k), \dots, \underline{\phi}_n(k)\}, \quad (2)$$

ассоциированные с корнями характеристического уравнения (1), будем вместе называть *базисом собственных мод* реакции электрической системы.

### Сигнал текущего режима электрической системы и его компоненты

Известно, что сигнал свободного процесса представляет собой линейную комбинацию элементов базиса  $\mathbf{B}$ :

$$x_f(k) = \underline{B}_1 \underline{\phi}_1(k) + \dots + \underline{B}_n \underline{\phi}_n(k), \quad (3)$$

где амплитуды  $\underline{B}_1, \dots, \underline{B}_n$  принадлежат, в общем случае, пространству комплексных чисел.

Характеристические параметры (частоты и коэффициенты затухания) элементов базиса (2) определяются корнями характеристического уравнения (1). Вещественному корню  $p = -\alpha$  соответствует экспонента

$$\phi(k) = e^{-\alpha T_s k}, \quad (4)$$

и она формирует в сигнале (3) аperiodическую слагаемую

$$x_f(k) = B\phi(k) = Be^{-\alpha T_s k}. \quad (5)$$

Комплексный корень  $p = -\alpha + j\omega$  ассоциирован с комплексной синусоидой:

$$\underline{\phi}(k) = e^{(-\alpha + j\omega)T_s k}. \quad (6)$$

Поскольку сигнал электрической системы является действительной функцией, то в решении уравнения (1) появляется еще один корень  $p^* = -\alpha - j\omega$ , комплексно-сопряженный с предыдущим (здесь и далее верхний индекс \* указывает на комплексное сопряжение). Поэтому в базисе (2) присутствует еще компонента

$$\underline{\phi}^*(k) = e^{(-\alpha - j\omega)T_s k}, \quad (7)$$

комплексно-сопряженная с сигналом (6). Собственные моды (6) и (7) вместе формируют в сигнале свободного процесса (3) затухающее колебание

$$\begin{aligned} x_f(k) &= X_m e^{-\alpha T_s k} \cos(\omega T_s k + \psi) = \\ &= \underline{B}\underline{\phi}(k) + \underline{B}^*\underline{\phi}^*(k) = \\ &= e^{-\alpha T_s k} (c \cos \omega T_s k - s \sin \omega T_s k), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $X_m = 2|B|$  – амплитуда,  $\psi = \arg(B)$  – начальная фаза,  $c = X_m \cos \psi$ ,  $s = X_m \sin \psi$  – ортогональные составляющие [2, 3].

Кратные вещественные корни  $p_1 = p_2 = -\alpha$  порождают собственные моды

$$\phi_1(k) = e^{-\alpha T_s k}, \phi_2(k) = k T_s e^{-\alpha T_s k}, \quad (9)$$

проявляющие себя в сигнале как компонент критического режима свободного процесса

$$\begin{aligned} x_f(k) &= B_1 \phi_1(k) + B_2 \phi_2(k) = \\ &= e^{-\alpha T_s k} (B_1 + k T_s B_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Для электрических систем среднего напряжения (110–220 кВ) корни характеристического уравнения (1) будут преимущественно вещественными, в связи с чем базис собственных мод  $\mathbf{B}$  включает в себя практически только аperiodические составляющие. Базис сигнала свободного движения электрических систем высокого и сверхвысокого напряжения (330–1150 кВ) будет содержать наряду с аperiodическими составляющими еще и затухающие колебательные слагаемые [4, 5].

Очевидно, что анализируемый сигнал вбирает в себя все особенности режима электрической системы, включая в себя составляющие принужденного режима и высшие гармоники, причинно обусловленные с нелинейностью, так или иначе присутствующей в реальной электрической системе. Следовательно, множество собственных мод  $\mathbf{B}$  (2), дополненное множеством составляющих принужденного режима и высших гармоник, образует множество *слагаемых текущего режима* электрической системы [6]. Все, что не может быть воспринято как реакция электрической системы, будет отнесено к шуму. В итоге сигнал  $x(k)$ , действующий на входе цифровой релейной защиты и автоматики, наряду с множеством составляющих текущего режима электрической системы (полезным сигналом)



**Наумов**

**Владимир Александрович**

Получил диплом инженера в 2001 г., защитил магистерскую диссертацию в 2002 г на электроэнергетическом факультете ЧГУ им. И.Н. Ульянова.

В 2005 г защитил во ВНИИЭ кандидатскую диссертацию «Анализ и совершенствование продольных дифференциальных защит генераторов и блоков генератор-трансформатор».

Заместитель генерального директора – технический директор ООО НПП «ЭКРА».



**Кудряшова**

**Мария Николаевна**

Получила степень бакалавра по направлению

«Электроэнергетика и электротехника» по профилю

«Релейная защита

и автоматизация электроэнергетических систем»

в ЧГУ им. И.Н. Ульянова в

2018 г. Инженер департамента автоматизации энергосистем

ООО НПП «ЭКРА», магистрант ЧГУ им. И.Н. Ульянова

по направлению «Электроэнергетика и электротехника»

по профилю «Автоматика энергосистем».

$$x_c(k) = \sum_{l=1}^{M_s} B_l \underline{\phi}_l(k), \quad (11)$$

будет содержать еще и шум  $w(k)$ :

$$x(k) = x_c(k) + w(k). \quad (12)$$

Здесь  $M_s$  – порядок (число компонент) полезного сигнала.

Природа шума в цифровых сигналах релейной защиты и автоматики различна и, в основном, связана с погрешностями тракта измерения и аналого-цифрового преобразования сигналов. Эти шумы носят случайный характер, поскольку невозможна их идентичная повторная реализация. Для оценивания компонентов сигнала (структурного анализа) важно, чтобы шум в сигнале не носил характер систематической ошибки [7].

### Структура цифровых осциллограмм

Компонентный состав сигнала  $x(k)$  зависит от режима электрической системы. Поэтому осциллограмма процесса состоит из интервалов, соответствующих тем или иным режимам работы сети. Очевидно, что электрический сигнал на каждом из этих интервалов представлен своим компонентным составом (11), отличающимся от совокупности компонентов других интервалов. Иными словами, на осциллограмме можно выделить интервалы, на протяжении каждого из которых структура сигнала однородна и включает в себя инвариантную для этого интервала совокупность составляющих. Эти отрезки осциллограммы принято называть *интервалами однородности* [8].

В качестве примера на рис. 1 представлена цифровая осциллограмма сигнала

электрической системы. Осциллограмма состоит из двух интервалов однородности: первая включает отсчеты с номерами от -24 до 0, а вторая – отсчеты с номерами от 1 до 48, соответствующие двум режимам работы электрической системы. На первом из них электрическая система находилась в нормальном режиме, характеризующемся как периодический установившийся режим. А второй интервал однородности соответствует переходному режиму сети, возникшему после короткого замыкания на линии.

Таким образом, существуют две задачи структурного анализа сигнала электрической системы: общая и локальная. Предметом общей задачи является оценивание топологической структуры осциллограммы сигнала, имеющее целью представление ее в виде интервалов однородности, на протяжении каждого из которых структура сигнала однородна и включает в себя инвариантную для этого интервала совокупность составляющих. Задача локального структурного анализа заключается в идентификации структуры сигнала на выявленных интервалах однородности, она определяет методы настройки структурной модели на каждом из этих интервалов однородности. Поскольку у сигнала (12) не известны ни порядок  $M_s$ , ни структура, то модели должны быть адаптивными [6].

Заключительной стадией структурного анализа является компонентный анализ, методы которого формируют компонентный состав сигнала на каждом из выделенных интервалов однородности, избегая множественности представления сигнала и обеспечивая компактность моделей.

Далее предполагается, что общая задача структурного анализа решена. Подробное

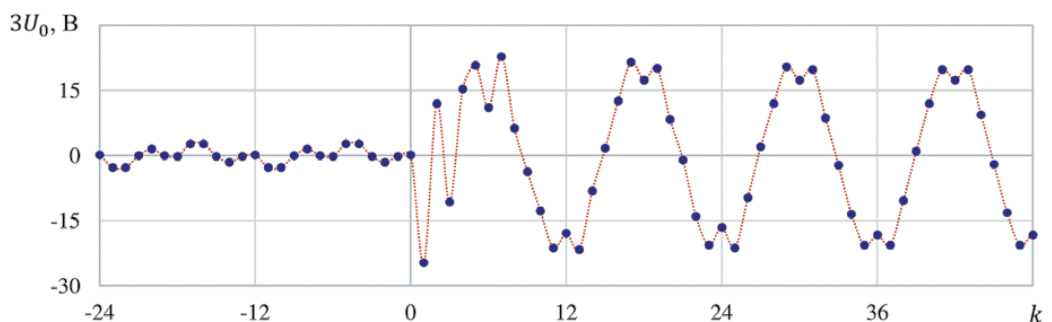


Рис. 1. Цифровая осциллограмма напряжения нулевой последовательности ЛЭП-500 кВ. Точечной линией показана интерполяция кривой тока, • – отсчеты



**Александрова  
Марина Ивановна**

Получила степень магистра по направлению «Электроэнергетика и электротехника» по профилю «Автоматика энергосистем» в ЧГУ им. И.Н. Ульянова в 2018 г.  
Инженер департамента автоматизации энергосистем ООО НПП «ЭКРА».



**Степанова  
Дарья Александровна**

Техник департамента автоматизации энергосистем ООО НПП «ЭКРА», бакалавр ЧГУ им. И.Н. Ульянова по направлению «Электроэнергетика и электротехника» по профилю «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем».

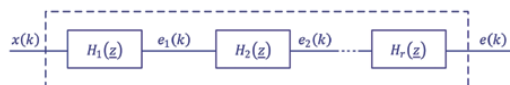


Рис. 2. Общий фильтр заграждения анализируемого сигнала  $x(k)$ , представленный в виде каскада фильтров заграждения компонентов

изложение методов общей задачи можно найти в работе [1].

**Локальная задача структурного анализа сигнала**

Идея структурного анализа сигнала достаточно проста: структура сигнала будет распознана, если для каждого компонента сигнала удастся подобрать свой фильтр заграждения. Следовательно, общий фильтр, заграждающий все компоненты анализируемого сигнала, состоит из каскада фильтров заграждения, каждый из которых, подавляя свою компоненту, заключает в себе всю информацию о ее характеристических параметрах, т.е. корни характеристического уравнения каждого из фильтров заграждения определяют частоту и коэффициент затухания своей компоненты.

Несложно показать, что цифровой фильтр первого порядка

$$e(k) = x(k) + a_1x(k-1) \tag{13}$$

подавляет апериодическую составляющую (5) при

$$a_1 = -e^{\alpha T_s} \tag{14}$$

Подавление компонентов (6) и (7) обеспечивается фильтром (13), если для первого из них комплексный коэффициент  $\underline{a}_1$  принять равным  $\underline{a}$ , а для второго – равным  $\underline{a}^*$ , где

$$\underline{a} = -e^{-(\alpha + j\omega)T_s} \tag{15}$$

Следовательно, фильтр, подавляющий колебательную составляющую (8), состоит из каскада двух последовательно соединенных фильтров (13), формирующий в итоге результирующий фильтр

$$e(k) = x(k) + a_1x(k-1) + a_2x(k-2) \tag{16}$$

с действительными коэффициентами

$$a_1 = -2e^{-\alpha T_s} \cos \omega T_s, a_2 = e^{-2\alpha T_s} \tag{17}$$

Аналогично сигнал критического режима заграждается фильтром (16) при коэффициентах

$$a_1 = -2e^{-\alpha T_s}, a_2 = e^{-2\alpha T_s} \tag{18}$$

Таким образом, общий фильтр, обеспечивающий полное подавление (заграждение) анализируемого сигнала, будет состоять из каскада последовательно соединенных фильтров заграждения компонентов сигнала. Замкнутое выражение для общего фильтра получается при объединении выражений для всех фильтров заграждения компонентов сигнала, имея в виду, что в каскаде каждый последующий заграждающий фильтр преобразует выходной сигнал предыдущего фильтра (рис. 2):

$$e(k) = \sum_{m=0}^M a_m x(k-m) \tag{19}$$

Искомые коэффициенты  $a_m$  интегрируют в себе коэффициенты элементарных фильтров заграждения (13) и (16) каскада.

**Адаптивная модель сигнала**

Выражение для адаптивной модели сигнала следует непосредственно из выражения для фильтра заграждения (19), если выделить в нем вклад текущего отсчета сигнала [9]:

$$e(k) = a_0x(k) + \sum_{m=1}^M a_mx(k-m) \tag{20}$$

Видно (рис. 3), что выходной сигнал фильтра – невязка  $e(k)$  – представляет собой разность между текущим отсчетом сигнала  $x(k)$  и ее моделью

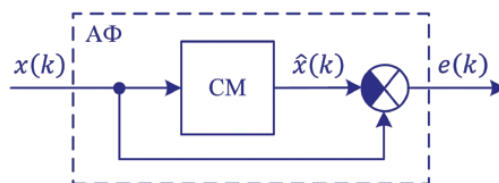


Рис. 3. Адаптивный фильтр заграждения, использующий модель анализируемого сигнала  $x(k)$





$$a_0 \hat{x}(k) = - \sum_{m=1}^M a_m x(k-m), \quad (21)$$

взвешенную с коэффициентом  $a_0$ . По сути, коэффициент  $a_0$  представляет собой коэффициент усиления модели. Логично принять его равным 1, хотя, в некоторых схемах адаптации фильтра коэффициент  $a_0$  участвует в настройке и не может быть фиксированным [10].

При «чистом» сигнале (11) модель (21) дает правильную оценку текущего отсчета, в связи с чем невязка (20) будет равна нулю, но для сигнала с шумом (12) выходной сигнал фильтра

$$e(k) = \sum_{m=0}^M a_m x(k-m) + \sum_{m=0}^M a_m w(k-m) \quad (22)$$

кроме реакции на полезный сигнал содержит еще и реакцию на шум в сигнале. Поскольку шум  $w(k)$  имеет нерегулярный характер, то реакцию фильтра на шум исключить из (22) путем подбора коэффициентов  $a_m$  не удастся, что неминуемо скажется на точности модели.

#### Эффективная модель сигнала и ее составляющие

Присутствие шума в сигнале препятствует к достижению полной информационной согласованности модели и сигнала, в связи с чем структурный анализ приобретает многозначность. Однако адаптивная модель будет близка к структуре сигнала, если порядок модели больше порядка сигнала и достаточно велик. Такая структурная модель сигнала, формирующая во множестве корней своего характеристического уравнения эффективное ядро, включающее в себя в идеальном случае корни, согласованные только со слагаемыми распознаваемого сигнала, а при обработке сигнала с шумом – с существенными составляющими, получила название *эффективной* [11].

Введение понятия эффективного фильтра позволяет обосновать, почему один и тот же сигнал может быть распознан фильтрами различного порядка. На самом деле, для структурного анализа сигнала могут быть ис-

пользованы первоначальные фильтры (19) различных порядков, но сигнал будет распознан только теми из фильтров, ресурсов которых достаточно для формирования эффективного ядра, т.е. эффективными фильтрами.

Дадим определения эффективной структурной модели и ее составляющих.

Нули настроенного на сигнал  $x(k)$  фильтра (19) можно упорядочить таким образом, чтобы первые  $M_c$  нулей были согласованы с компонентами полезного сигнала  $x_c(k)$  (11), а остальные  $M - M_c$  нулей формально ассоциированы с шумом  $w(k)$  в сигнале (12). Тогда характеристический полином фильтра

$$P_M(z) = \sum_{m=0}^M a_m z^{-m}, \quad (23)$$

будет включать в себя полином *эффективного ядра*

$$P_{M_c}(z) = (z - z_1) \dots (z - z_{M_c}), \quad (24)$$

согласованный с компонентами полезного сигнала, и полином

$$\begin{aligned} P_{M_n}(z) &= P_{M-M_c}(z) = \\ &= a_0 (z - z_{M_c+1}) \dots (z - z_M), \end{aligned} \quad (25)$$

никак не связанный с компонентами сигнала: все его ресурсы направлены на преодоление шума в сигнале. Поэтому он называется *полиномом шума* [12].

Если эффективное ядро модели сформировано, то модель содержит всю информацию о структуре сигнала. Хотя общий порядок модели  $M$  будет всегда больше порядка  $M_s$  сигнала (11), но размер его эффективного ядра  $M_c$  будет, по крайней мере, не меньше порядка полезного сигнала, т.е.  $M_c \geq M_s$ . Такую структурную модель называют *эффективной*, а размер эффективного ядра  $M_c$  – *эффективным порядком*. Тогда справедливо утверждение, что модель  $M$ -го порядка настроена на сигнал  $x(k)$ , если она эффективна.

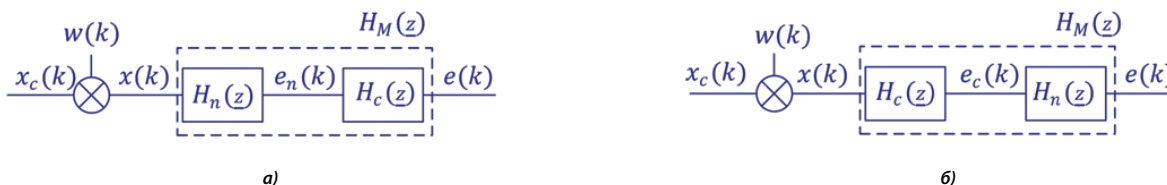


Рис. 4. Декомпозиция фильтра (26) на фильтр эффективного ядра  $H_c(z)$  и фильтр шума  $H_n(z)$ . Схема а) удобна для анализа влияния фильтра шума на работу фильтра эффективного ядра, схема б) иллюстрирует механизм влияния фильтра эффективного ядра на работу фильтра шума. Обе схемы эквивалентны фильтру (26)



Следуя определениям (23)–(25), эффективный фильтр с передаточной функцией

$$H_M(\underline{z}) = P_{M_c}(\underline{z})P_{M-M_c}(\underline{z}) \quad (26)$$

будет состоять из каскадно соединенных фильтров заграждения компонентов эффективного ядра (фильтр эффективного ядра) с передаточной функцией

$$H_c(\underline{z}) = P_{M_c}(\underline{z}) \quad (27)$$

и фильтра шума с передаточной функцией

$$H_n(\underline{z}) = P_{M-M_c}(\underline{z}). \quad (28)$$

Поскольку операция умножения в передаточной функции (26) коммутативна, то порядок следования фильтров в каскаде произволен (рис. 4).

Каждый из этих фильтров, будучи частью общего фильтра (26), преобразует полезный сигнал  $x_c(k)$  и шум  $w(k)$ . Как видно из схем соединения фильтров (рис. 4, а), фильтр шума изменяет полезный сигнал, влияя тем самым на настройку фильтра эффективного ядра, а фильтр эффективного ядра преобразует шум, меняя условия работы фильтра шума (рис. 4, б).

**Свойства фильтра эффективного ядра**

Поясним свойства фильтра эффективного ядра на примере распознавания сигнала

$$x_c(k) = 2,73 \cos\left(\frac{k\pi 50,18}{600} + 2,77\right) + 0,089 \cos\left(\frac{k\pi 150,54}{600} + 2,02\right) + 2,29(0,9418)^k + w(k). \quad (29)$$

Он включает в себя каскад фильтров заграждения основной гармоники ( $\omega T_s = \pi / 12$ )

$$H_1(\underline{z}) = 1 - 1,9314\underline{z}^{-1} + \underline{z}^{-2}, \quad (30)$$

третьей гармоники ( $\omega T_s = \pi / 4$ )

$$H_3(\underline{z}) = 1 - 1,4102\underline{z}^{-1} + \underline{z}^{-2} \quad (31)$$

и аperiodической составляющей ( $e^{-\alpha T_s} = 0,9418, \alpha T_s = 0,060$ )

$$H_e(\underline{z}) = 1 - 0,9418\underline{z}^{-1}. \quad (32)$$

Коэффициенты фильтров определены согласно формулам (14) и (17).

Передаточная функция фильтра эффективного ядра определяется как произведение передаточных функций заграждающих фильтров (30)–(32):

$$H_c(\underline{z}) = 1 - 4,2834\underline{z}^{-1} + 7,8708\underline{z}^{-2} - 7,7903\underline{z}^{-3} + 4,1471\underline{z}^{-4} - 0,9418\underline{z}^{-5}. \quad (33)$$

Принципиально, что фильтр эффективного ядра полностью согласован с компонентами сигнала (29), и поэтому его характеристики не зависят от порядка  $M$  первоначального фильтра. Следовательно, все эффективные фильтры различного порядка отличаются друг от друга лишь фильтрами шума.

Каждый из заграждающих фильтров компонента, так или иначе, трансформирует «чужие» компоненты сигнала, изменяя условия их распознавания. Влияние каскада фильтров на распознавание того или иного компонента можно оценить, воспользовавшись АЧХ или экспоненциальной характеристикой, полученного после исключения из каскада соответствующего фильтра заграждения компонента. Например, чтобы оценить условия распознавания основной гармоники, нужно построить АЧХ фильтра эффективного ядра за вычетом фильтра основной гармоники (30). Такой фильтр выделения компонента, полученный из настроенного фильтра распознаваемого сигнала путем удаления из него фильтра заграждения соответствующего компонента, называется *составным*. Своим названием он обязан принципу его формирования: его структура определяется всем со-

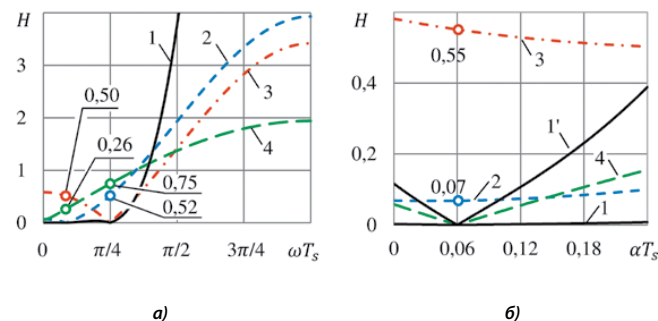


Рис. 5. АЧХ (а) и экспоненциальные характеристики (б) заграждающих фильтров компонентов эффективного ядра: 1 – фильтр эффективного ядра (33), 1' – кривая 1 в увеличенном масштабе 50:1; 2 – фильтр основной гармоники (30); 3 – фильтр третьей гармоники (31); 4 – фильтр аperiodической слагаемой (32). Здесь и далее на рисунках кружочками и цифрами при них отмечены коэффициенты передачи фильтров

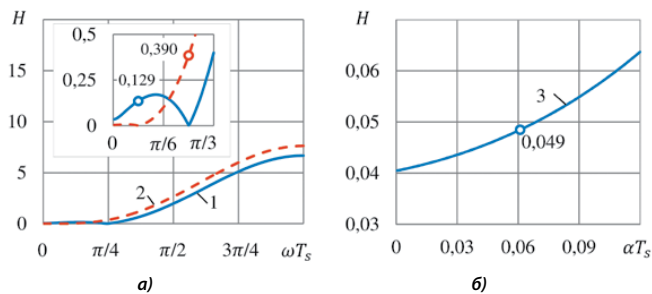


Рис. 6. АЧХ (а) и экспоненциальная характеристика (б) составных фильтров слагаемых, полученных из фильтра эффективного ядра: 1 и 2 – фильтры основной и 3-й гармоники, 3 – фильтр аperiodической слагаемой

ставом настроенного фильтра за исключением фильтра заграждения выделяемого компонента.

Свойства составного фильтра распознаваемого компонента, определяющие эффективность оценки параметров компонента, в значительной степени зависят от частоты дискретизации. Анализ характеристик фильтров нашего примера показывает (рис. 5, а), что при принятой частоте дискретизации частоты заграждения фильтров (30) и (31) «прижаты» к началу координат и расположены близко друг к другу на оси нормированных частот. Неудачный выбор частоты дискретизации приводит к несовершенству фильтра эффективного ядра, проявляющемуся в подчеркивании составляющих высокой частоты (шумов) и нежелательному ослаблению составляющих области низких частот (составляющих полезного сигнала). Кроме того, каждый фильтр компонента ослабляет «чужие» компоненты эффективного ядра. Это свойство фильтров известно как *конкуренция фильтров эффективного ядра* [12].

Действительно, коэффициенты передачи фильтров (31) и (32) на частоте основной гармоники (0,26 и 0,50) и фильтров (30) и (32) на частоте 3-й гармоники (0,52 и 0,75) меньше единицы. Столь же «недружелюбно» ведут себя фильтры заграждения основной и 3-й гармоник по отношению к аperiodической составляющей, значительно ослабляя ее – коэффициенты передачи их экспоненциальных характеристик (рис. 5, б) при  $\alpha T_s = 0,060$  составляют 0,07 и 0,55 соответственно.

В результате, коэффициенты передачи составных фильтров компонентов эффективного ядра, характеризующие усиление распознаваемого компонента, будут недостаточно высоки: коэффициенты передачи основной и 3-й гармоник будут составлять только 0,129 и 0,390 соответственно (рис. 6, а), а коэффициент передачи аperiodической слагаемой – и вовсе 0,049 (рис. 6, б).

Понятно, что исходная частота дискретизации неоптимальна для структурного анализа сигнала и, согласно рекомендациям работы [13], должна быть уменьшена.

### Фундаментальная роль фильтра шума

Фильтр эффективного ядра полностью согласован с компонентами сигнала, и после настройки первоначального фильтра выполняет чисто представительские функции, исполняя лишь роль модели полезной части сигнала. Его вклад в распознавание сигнала этим и ограничивается, поскольку он в принципе не обладает необходимым инструментом для улучшения соотношения между шумом и полезной частью сигнала. Отсюда следует, что весь потенциал эффективного фильтра, ассоциированный с порядком  $M$ , будет реализован в фильтре шума.

На первый взгляд, фильтр шума должен лишь ослабить шум в сигнале, повышая отношение сигнал/шум, и тем самым улучшить настройку первоначального фильтра. Но вычислительный эксперимент показывает, что существует более результативный путь, заключающийся не столько в ослаблении шума, а сколько в значительном избирательном усилении составляющих эффективного ядра. И как видно из амплитудно-частотных и экспоненциальных характеристик (рис. 7, а и б, фильтр шума для сигнала (29) с шумом (при порядке первоначального фильтра  $M = 14$  и числе отсчетов невязки фильтра  $L = 19$ )

$$\begin{aligned}
 H_n(z) = & 1 + 3,6626z^{-1} + 7,4888z^{-2} + \\
 & + 10,9749z^{-3} + 12,5363z^{-4} + \\
 & + 11,4891z^{-5} + 8,4282z^{-6} + 4,7835z^{-7} + \\
 & + 1,9201z^{-8} + 0,4209z^{-9}
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

не столько ослабляет шум, сколько усиливает составляющие эффективного ядра. Фильтру шума удастся во много раз усилить как гармоники (коэффициенты усиления 53,6 и 16,7), так и аperiodическую составляющую сигнала (коэффициент передачи амплитуды 80). Причем он проявляет исключительную восприимчивость к особенностям фильтра эффективного ядра, принимая во

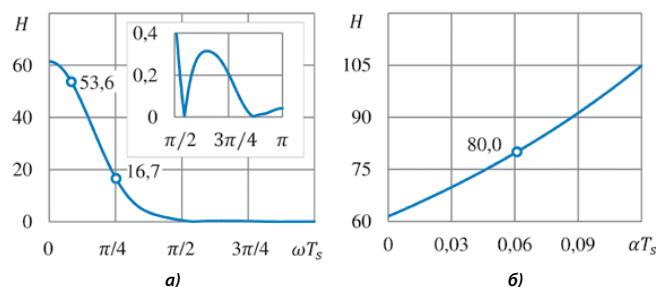


Рис. 7. АЧХ (а) и экспоненциальная характеристика (б) фильтра шума (34)

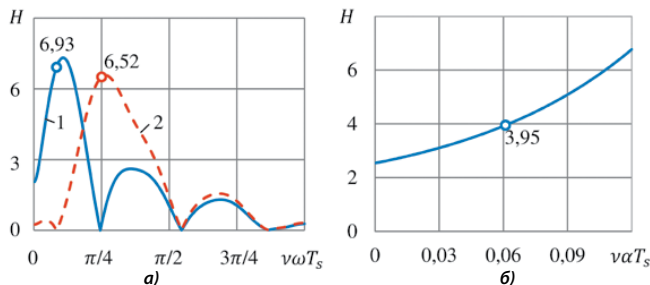


Рис. 8. АЧХ (а) составных фильтров: 1 – основной и 2 – третьей гармоник, экспоненциальная характеристика, (б) составного фильтра аperiodической слагаемой

внимание значительное подавление им аperiodической составляющей по сравнению с ослаблением гармоник. Из характеристик фильтра шума (Рис. 7, б) видно, что усиление аperiodической составляющей более 1,5 раз превышает усиление основной гармоники. Неожиданно и то, что фильтр шума практически не ослабляет невязку (шум) фильтра эффективного ядра и главным образом восполняет потерю в уровне составляющих эффективного ядра, возникшую из-за неоптимальной частоты дискретизации сигнала.

Таким образом, фильтра шума избирательно усиливает компоненты полезной части сигнала. Значит, распознавание структуры сигнала будет успешным, если фильтру шума удастся восполнить потерю в уровне составляющих эффективного ядра, возникающую либо из-за неоптимальной частоты дискретизации сигнала, либо из-за слабого соотношения сигнал/шум. В нашем примере составные фильтры слагаемых сигнала усиливают основную и 3-ю гармоники 6,93 и 6,52 раза (рис. 8, а), а аperiodическую слагаемую – 3,95 раза (рис. 8, б).

Этот вывод имеет фундаментальное значение для структурного анализа и объясняет, почему первоначальный фильтр (19) приобретает эффективность и формирует в себе фильтр эффективного ядра даже в случае недоопределенной задачи (когда число уравнений  $L$  для определения коэффициентов фильтра меньше его

порядка  $M$ ). В действительности это означает, что настройку первоначального фильтра не нужно воспринимать как определение всех его коэффициентов. Если ресурса фильтра шума достаточно для избирательного усиления компонентов сигнала и повышения для них отношения сигнал/шум до необходимого уровня, то нужно лишь добиться, чтобы его характеристики соответствовали этим требованиям. Оказывается, что это возможно, и фильтр шума реализует этот потенциал. Минимальное число уравнений  $L_{\min} \leq M$  индивидуально для анализируемого сигнала и зависит от соотношения сигнал/шум и порядка первоначального фильтра. Но очевидно, что разумное увеличение порядка первоначального фильтра уменьшает минимальное число уравнений, обеспечивая необходимое усиление фильтром шума полезного сигнала.

В качестве примера на рис. 9 приведены характеристики фильтра, полученного при решении недоопределенной системы уравнений, т.е. настроенного на подавление сигнала (29) на отрезке, недостаточном для составления полномасштабной системы уравнений для определения коэффициентов фильтра. Фильтр эффективного ядра практически совпадает с теоретическим фильтром (24), полученным в переопределенной системе.

Отметим еще одну важную деталь. Из АЧХ составных фильтров (рис. 8, а и в) видно, что фильтр шума всегда нацелен на максимальное усиление полезных составляющих сигнала. Благодаря этому свойству фильтра шума АЧХ составных фильтров достигают максимума, как правило, именно на частотах слагаемых эффективного ядра, создавая наиболее благоприятные условия для распознавания структуры сигнала.

Положительное влияние увеличения порядка фильтров на их разрешающую способность отмечается во многих работах. Например, в работе [14] отмечается, что среди нулей фильтра, порядок которого значительно превышает порядок сигнала, имеются посторонние нули, не ассоциированные с сигналом и выходящие за пределы единичного круга при низких уровнях отношения сигнал/шум. Утверждается, что эти «посторон-

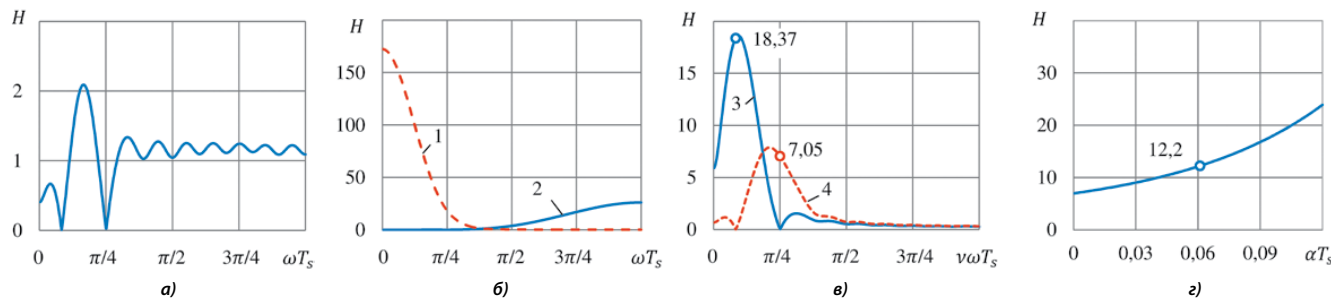


Рис. 9. АЧХ: (а) недоопределенного фильтра, (б) 1 – фильтра шума и 2 – фильтра эффективного ядра, (в) составных фильтров: 3 – основной и 4 – третьей гармоник, (г) экспоненциальная характеристика составного фильтра аperiodической слагаемой. Порядок фильтра 20, число уравнений 12

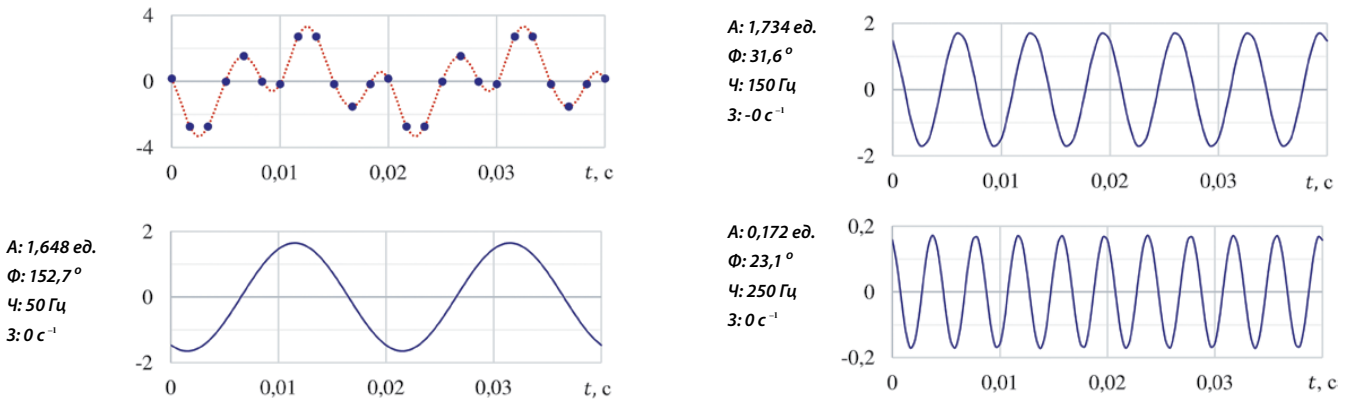


Рис. 10. Компонентный состав сигнала на интервале предшествующего режима. Точечной кривой показана аппроксимация сигнала, полученная как сумма распознанных компонентов

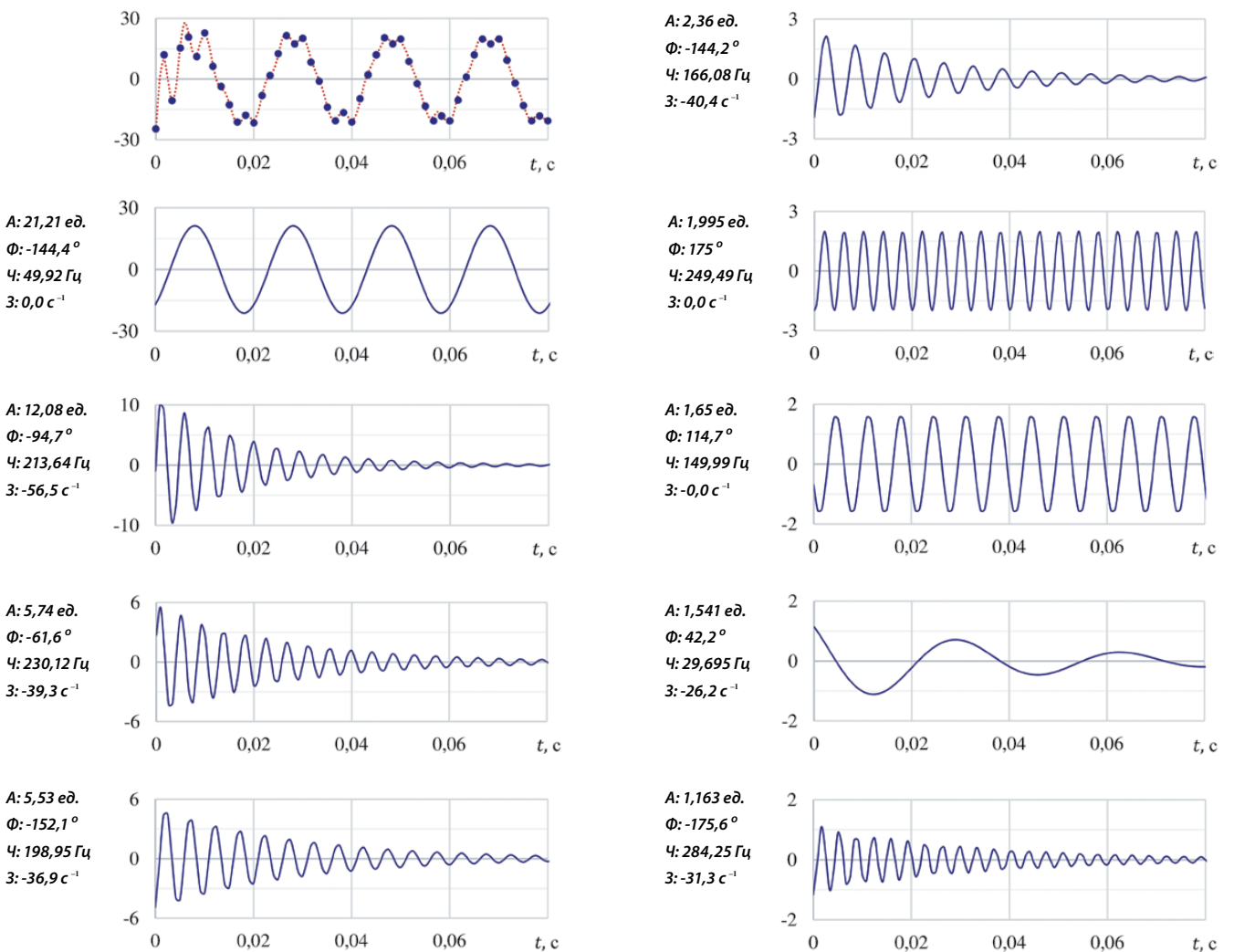


Рис. 11. Компонентный состав сигнала на интервале аварийного режима. Как и на рис. 10 точечной кривой показана аппроксимация сигнала, полученная как сумма распознанных компонентов





ние» нули защищают нули сигнала от возмущения из-за шума. Нам представляется, что обоснование феномена влияния порядка первоначального фильтра на распознаваемость сигнала все же заключается в фундаментальном свойстве фильтра шума, проявляющемся как способность избирательного усиления компонентов полезного сигнала. И чем выше порядок первоначального сигнала, то тем больше порядок фильтра шума, а значит, и значителен его ресурс.

### Пример структурного анализа сигнала

На рис. 10 и 11 приведен компонентный состав напряжения нулевой последовательности ЛЭП-500 кВ (рис. 1), полученный в результате его структурного анализа. Видно, что выделенные составляющие отображают все богатство анализируемого сигнала, предоставляя весь базис собственных функций электрической системы в схеме нулевой последовательности и расширяя информационную базу алгоритмов релейной защиты и противоаварийной автоматики.

### Выводы

1. Сигналы интеллектуальной электрической системы поступают к устройствам распределенной системы мониторинга, защиты и управления – WAMPACS через шину процесса, в связи с чем методы обработки сигналов не могут взаимодействовать с устройствами сопряжения с шиной процесса и влиять на их характеристики преобразования измеряемых токов и напряжений электрической сети. Поэтому разрешающая способность методов распознавания структуры сигнала (структурного анализа) полностью определяется субстантивными свойствами структурных моделей.

2. Сигнал свободного движения электрической системы представляет собой сумму взвешенных собственных мод системы, полностью согласованных с множеством корней ее характеристического уравнения. Компоненты принужденной составляющей определяются источниками энергосистемы, к ним же могут быть отнесены и составляющие высших гармоник. Рассматривая составляющие принужденного режима как частный случай базиса собственных мод энергосистемы, сигнал текущего режима может быть представлен полностью как линейная совокупность собственных мод.

3. Существуют две задачи структурного анализа сигнала электрической системы: общая и локальная. Методы общей задачи формируют структуру оциллограммы сигнала, представляя ее в виде множества интервалов однородности, на протяжении каждого из которых структура сигнала однородна и включает в себя инвариантную для этого интервала совокупность составляющих. Методы локального структурного анализа определяют свойства структурной модели данного

интервала однородности и методы ее настройки. Заключительной стадией структурного анализа является компонентный анализ, методы которого формируют компонентный состав сигнала на каждом из выделенных интервалов однородности, обеспечивая однозначность и компактность моделей и избегая множественности представления сигнала.

### Литература

1. Антонов, В.И. Адаптивный структурный анализ электрических сигналов: теория и ее приложения в интеллектуальной электроэнергетике / В.И. Антонов. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2018. – 334 с.
2. Лямец, Ю.Я. Разложение входных величин релейной защиты на ортогональные составляющие / Ю.Я. Лямец, Н.В. Подшивалин // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1986. – №3. – С. 62-70.
3. Антонов, В.И. Общие начала теории фильтров ортогональных составляющих / Антонов В.И. [и др.] // Релейная защита и автоматизация. – 2016. – №1. – С.14-23.
4. Антонов, В.И. Особенности структурного анализа тока сетей 110 – 750 кВ / Антонов В.И. [и др.] // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы 9-й Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. – С. 240-242.
5. Лосев, С.Б. Расчет электромагнитных переходных процессов для релейной защиты на линиях большой протяженности / С.Б. Лосев, А.Б. Чернин. – М.: Энергия. 1972. – 144 с.
6. Антонов, В.И. Адаптивный структурный анализ входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики / В.И. Антонов [и др.] // Электротехника. – 2015. – №7. – С. 28-35.
7. Huffer, S. V. The Total Least Squares Problem: Computational Aspects and Analysis / S. V. Huffer, J. Vandewalle. – Philadelphia: SIAM. 1991. – 300 p.
8. Антонов, В.И. Структурный анализ входных сигналов цифровых систем релейной защиты и противоаварийной автоматики / В.И. Антонов // Электротехника. – 1995. – №6. – С.56-61.
9. Антонов, В.И. Адаптивные структурные модели входных сигналов релейной защиты и автоматики / В.И. Антонов, А.А. Ильин, Н.М. Лазарева // Электротехника. – 2012. – №1. – С.52-55.
10. Антонов, В.И. Решетчатый адаптивный фильтр с контролем достоверности результата для распознавания сигналов электрических систем / В.И. Антонов, Н.М. Лазарева // Изв. РАН. Энергетика. – 1997 – №6. – С. 63-69.
11. Антонов, В.И. Эффективные структурные модели входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики / В.И. Антонов, В.А. Наумов, А.И. Фомин // Электричество. – 2012. – №11. – С.2-8.
12. Антонов, В.И. Фундаментальные свойства эффективных структурных моделей тока короткого замыкания электрической сети / Антонов В.И. [и др.] // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: сб. науч. труд. НПП «ЭКРА». Выпуск 3. – Чебоксары: РИЦ "СРЗАУ", 2014. – С.18-29.
13. Антонов, В.И. Обработка сигнала с высокой частотой дискретизации в цифровой релейной защите и автоматике / Антонов В.И. [и др.] // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: сб. науч. труд. НПП «ЭКРА». Выпуск 2. – Чебоксары: РИЦ "СРЗАУ", 2013. – С.12-21.
14. Rahman, M. A. Total Least Square Approach for Frequency Estimation using Linear Prediction / M. A. Rahman, Y. K. Yu // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. – Oct. 1987. – Vol. ASSP-35. – No. 10. – P. 1440-1454.
15. Golyandina, N. Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques / N. Golyandina, V. Nekrutkin, A. Zhigljavsky. – London: Chapman&Hall/CRC, 2001. – 305 p.